

# Sisteme Incorporate

Curs 6

Sisteme de Control

# Modelarea Sistemelor Incorporate

- Un sistem incorporat este un sistem dinamic
  - Sistemul actioneaza in functie de stimulii primiti
  - Atunci cand una sau mai multe iesiri ale sistemului trebuie sa se conformeze anumitor reguli, un controller manipuleaza intrarea sistemului pentru a aduce iesirile la valorile dorite.
  - Sistemul poate fi afectat de perturbatii exterioare
  - Parametrii de intrare trebuie calculati in functie de erori si de parametrii de iesire.

# Sisteme Dinamice

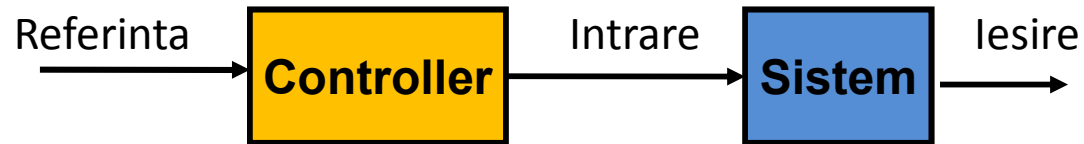
- Example:
  - Termostatarea unei incinte
  - Controlul vitezei de rotatie a unui hard-disk
  - Controlul altitudinii de zbor
  - Cruise control/Traction control
  - Surse de alimentare
  - Controlul miscarii pentru robotii industriali

# Controlul Sistemelor

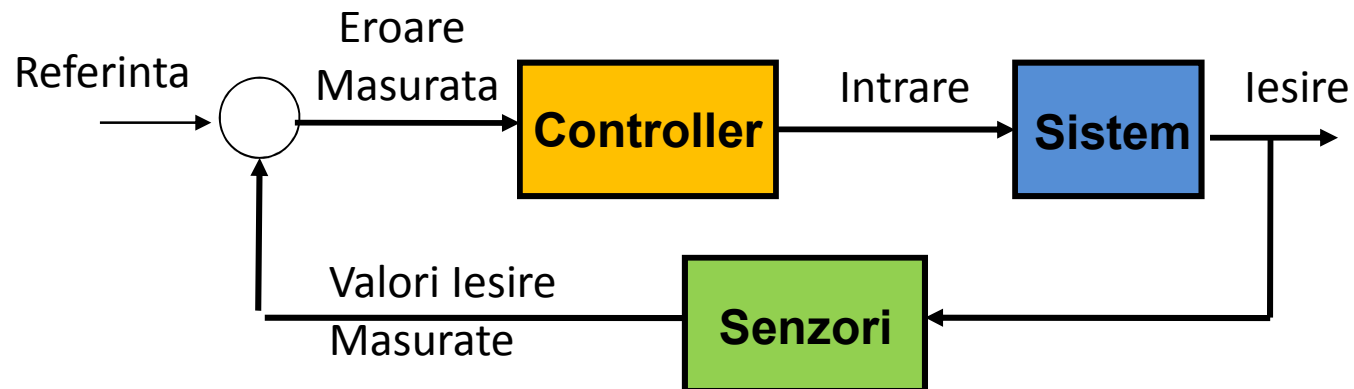
- Aplicarea unor valori la intrarea sistemului pentru care iesirea acestuia se conformeaza unei valori de referinta.
  - Cruise-control:  $f_{\text{motor}}(t)=?$   $\rightarrow$  viteza=60 km/h
  - Server E-commerce: Alocarea resurselor?  $\rightarrow$   $T_{\text{raspuns}} = 5 \text{ sec}$
  - Networking: Rata de transfer?  $\rightarrow$  Intarziere = 1 sec

# Tipuri de sisteme de control

- Sisteme in bucla deschisa



- Sisteme cu reactie

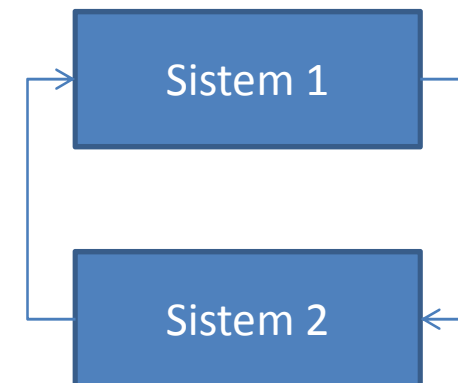


# Sisteme in bucla deschisa

- Calculeaza valorile de intrare fara a masura variabilele de sistem
  - Simplu de implementat
  - Trebuie cunoscute exact **TOATE VARIABILELE** din sistem ca totul sa mearga cum trebuie
    - Cruise-control: *frecare(t), unghi\_plan(t)*
    - Server E-commerce: *Incarcarea(rata de sosire a cererilor? Consumul de resurse?); sistem (timp de service? defectiuni?)*
- Sistemele in bucla deschisa dau gres atunci cand
  - Nu stim totul
  - Facem erori de modelare
  - Lucrurile se schimba

# Sistemele cu reactie

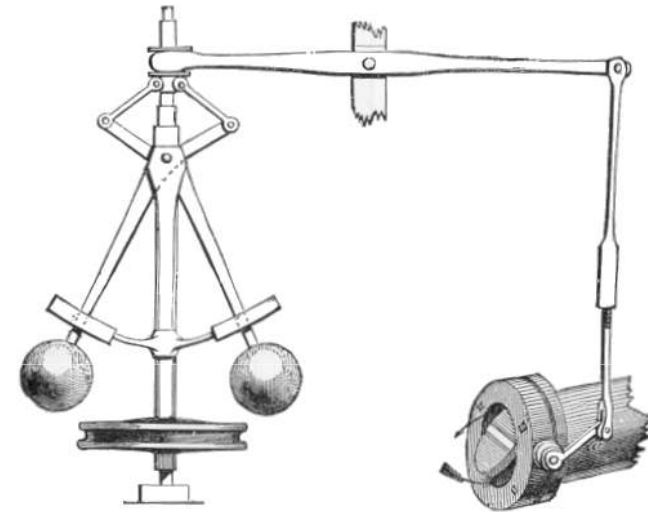
- Ce este reactia?
  - Intoarcerea unei parti din iesirea unui sistem la intrarea acestuia in scopul auto-corectarii.
  - Presupune interconectarea mutuala a doua sau mai multe sisteme
  - Relatia cauza – efect e dificil de stabilit. Sisteme interdependente
  - Feedback-ul este prezent oriunde in sistemele naturale si artificiale



# Exemplu #1 – Regulator de viteza

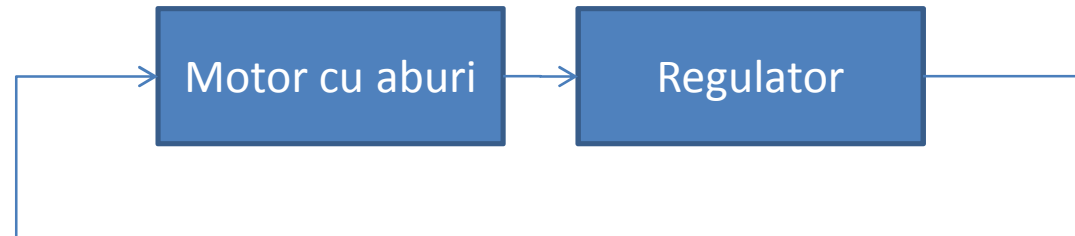
- “Flyball governor” (1788)

- Reguleaza viteza unui motor cu aburi
- Reduce efectele variatiei de sarcina (rejectia perturbatiilor)
- Produce accelerarea revolutiei industriale



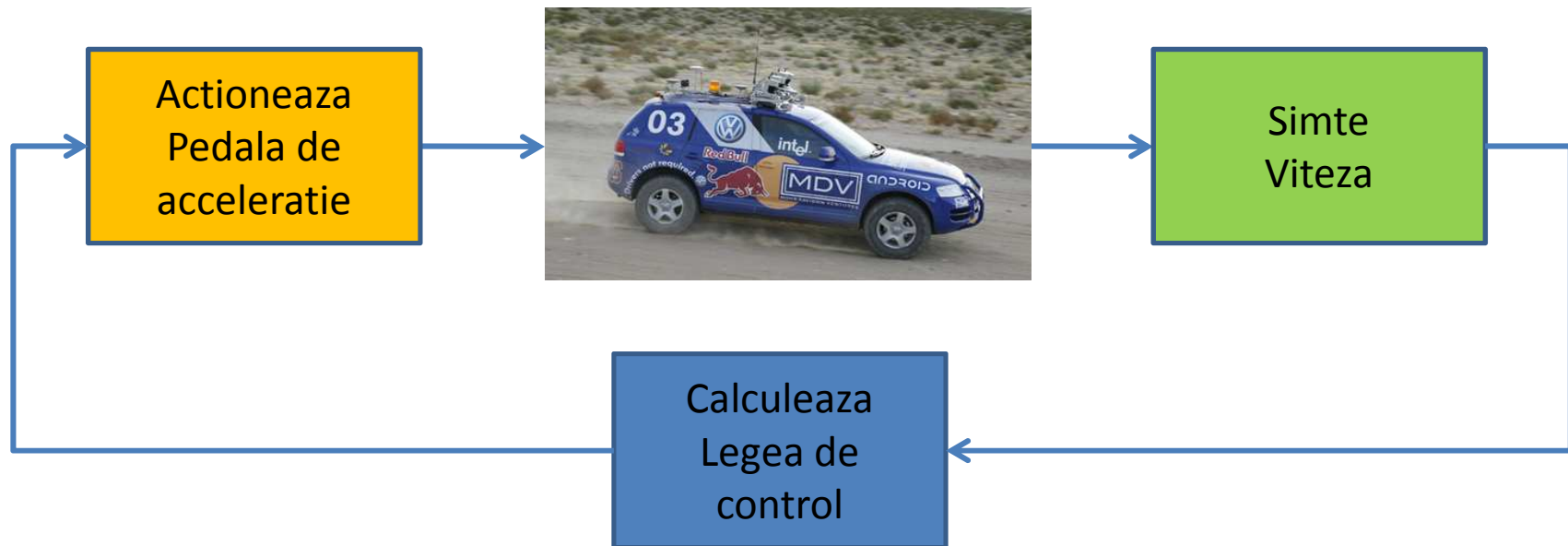
Greutatile se indeparteaza  
odata cu cresterea vitezei  
de rotatie

Supapa se inchide,  
micsorand turatia motorului





# Control = Senzori + Calcule + Efectoare

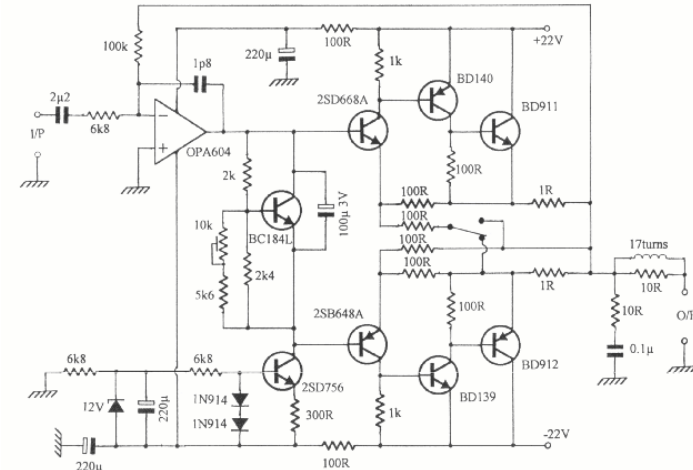


Teluri:

1. Stabilitate: Sistemul isi mentine starea de-a lungul timpului (ruleaza cu viteza constanta)
2. Performanta: Sistemul reactioneaza rapid la schimbari (accelereaza de la 0 la 100 km/h)
3. Robustete: Sistemul tolereaza perturbatiile (masa, frecare, unghiul pantei etc.)

# Cele doua principii de control

- Robustete la nesiguranta prin feedback
  - Reactia asigura performante marite chiar si la variatiile neprevizibile ale variabilelor de sistem
  - Amplificatoare care functioneaza corect chiar daca valorile componentelor variaza
  - Ideea de baza: masurarea cu acuratete a diferentei dintre comportamentul obtinut si cel dorit; corectare prin calcul si efectori.
- Designul comportamentului dinamic prin feedback
  - Reactia permite modificarea caracteristicilor dinamice ale unui sistem
  - Exemplu: Imbunatatirea manevrabilitatii pentru avioanele instabile
  - Ideea de baza: Interdependenta modifica comportamentul normal

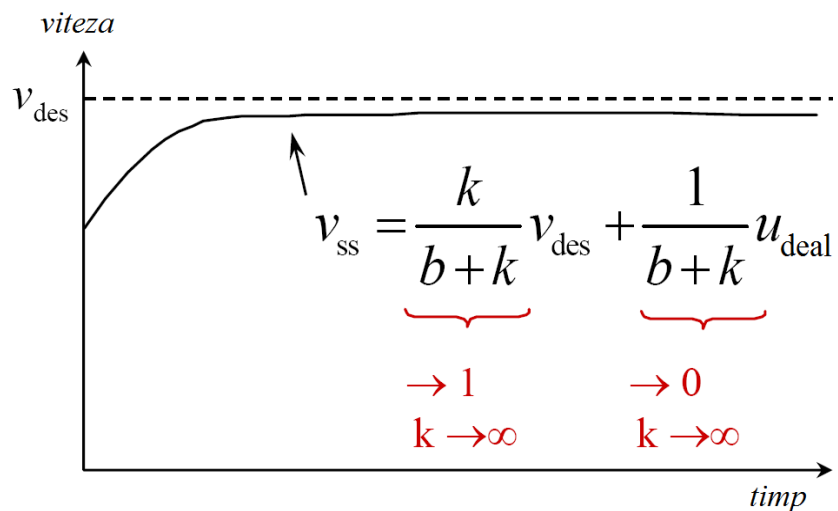


# Exemplul #2 – Cruise Control



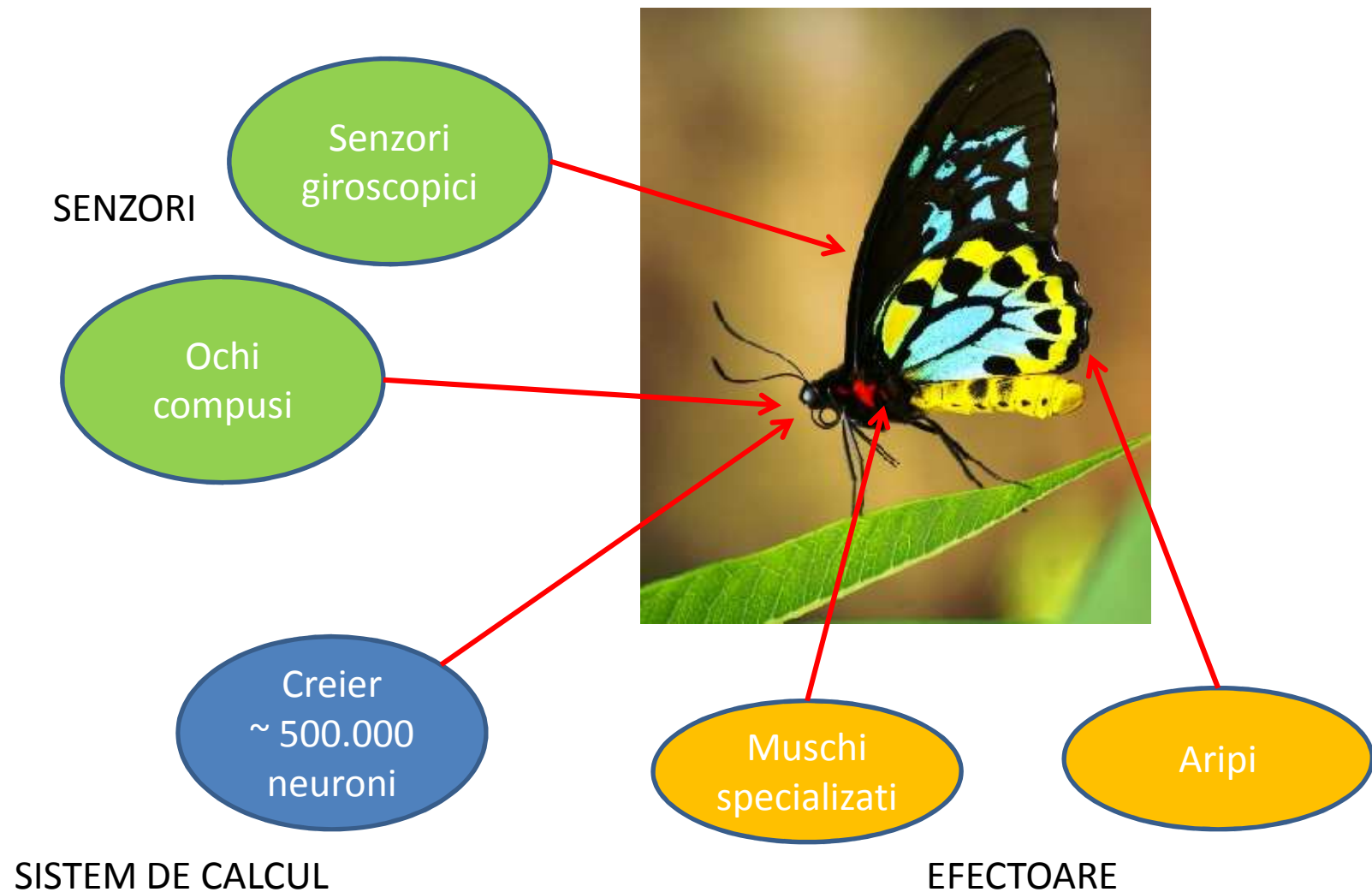
$$m\dot{v} = -bv + u_{motor} + u_{drum}$$

$$u_{motor} = k(v_{des} - v)$$



- Stabilitate/performanta
  - Viteza steady state ( $V_{ss}$ ) se apropie de viteza dorita pentru  $k \rightarrow \infty$
  - Raspuns lin, fara depasire sau oscilatii
- Rejectia perturbatiilor
  - Efectele perturbatiilor (dealurile) sunt eliminate cand  $k \rightarrow \infty$
- Robustete
  - Rezultatele nu depind de valorile factorilor  $m, b, k$  pentru  $k$  suficient de mare.

# Exemplul #3 – Zborul unei insecte

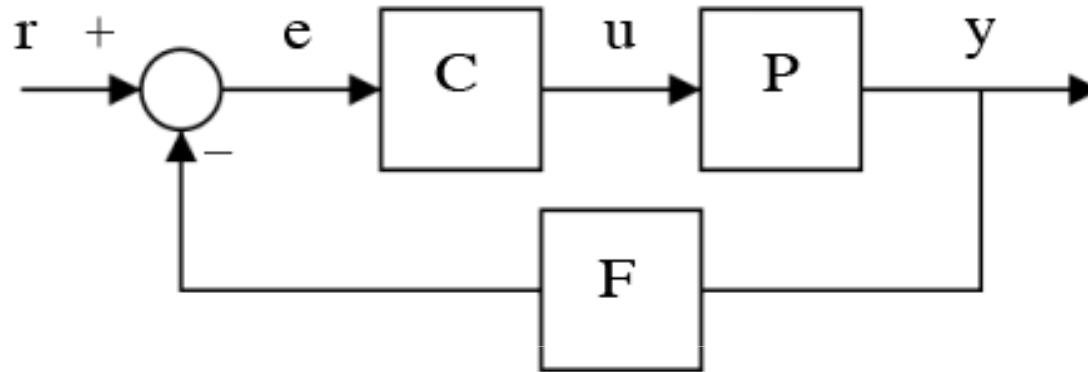


# Aplicatiile moderne ale sistemelor cu reactie

- Sisteme de zbor
  - Fly-by-wire
  - UAV
- Robotica
  - Determinarea exacta a pozitiei pentru operatii precise
  - Medii greu accesibile: spatiu, mare, operatii non-invazive
- Procese chimice
  - Reglarea temperaturii, vitezei de reactie, dozarea reactantilor
- Comunicatii si retelistica
  - Amplificatoare si repetitoare de semnal
  - Power management pentru comunicatiile wireless
- Automobile
  - Controlul motorului, tractiunii, climatizarii, stabilitatii etc.

Si multe altele....

# Funcția de transfer



$$Y(s) = P(s)U(s) \quad U(s) = C(s)E(s) \quad E(s) = R(s) - F(s)Y(s).$$

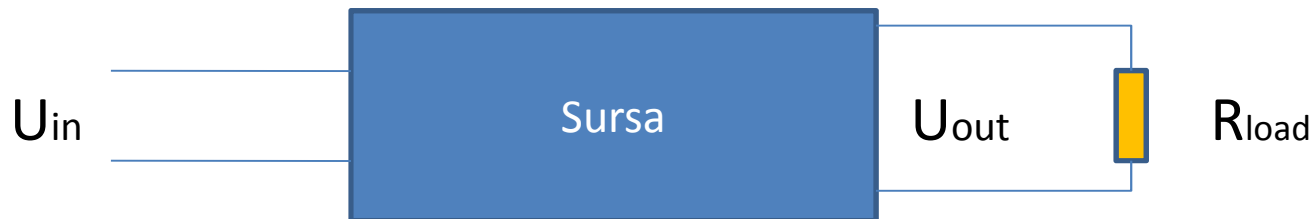
$$Y(s) = \left( \frac{P(s)C(s)}{1 + F(s)P(s)C(s)} \right) R(s) = H(s)R(s).$$

$$H(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + F(s)P(s)C(s)}$$

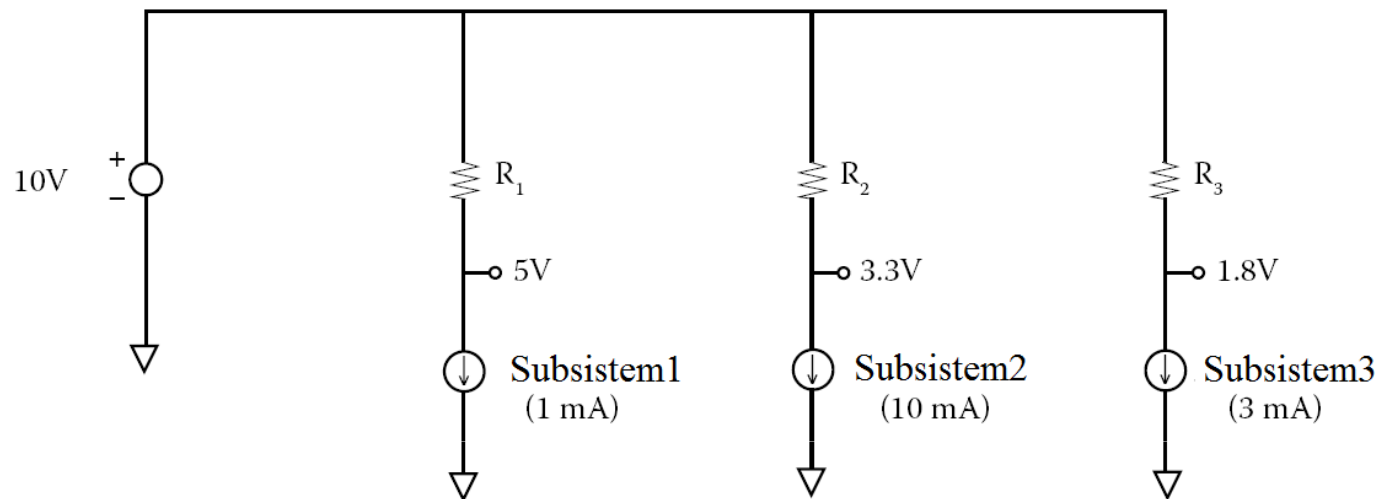
Funcția de transfer a sistemului

# Exemplu: Sursa de tensiune

- Cerinte:
- Vreau sa proiectez o sursa de tensiune care
  - sa furnizeze o tensiune fixa indiferent de variatia tensiunii de intrare sau a sarcinii de la iesire
  - sa aiba o eficienta cat mai mare



# Solutia 1: Divizor Rezistiv



- Puterea totala:  $P = 10V * 14mA = 140mW$
- Puterea disipata in rezistente:

$$P_d = 5 * 1 + 6.9 * 10 + 8.2 * 3 = 96.6mW$$

70% din putere este pierduta in conversia de tensiune

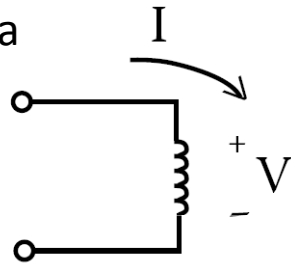
Este, probabil, cea mai proasta solutie



# Alte solutii mai bune?

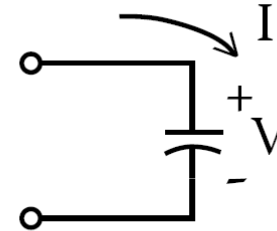
- Ce-ar fi sa folosim componente fara pierderi?

Inductanta



$$U = I_L Z = I_L j\omega L$$

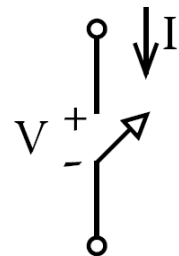
Condensator



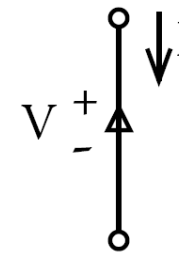
$$U = I_C Z = I_C (-j \frac{1}{C\omega})$$

$$P_a = \text{Re}\{S\} = \text{Re}\{UI_L\} = \text{Re}\{I_L^2 j\omega L\} = 0 \quad P_a = \text{Re}\{S\} = \text{Re}\{UI_C\} = \text{Re}\{I_C^2 (-j \frac{1}{C\omega})\} = 0$$

Comutator



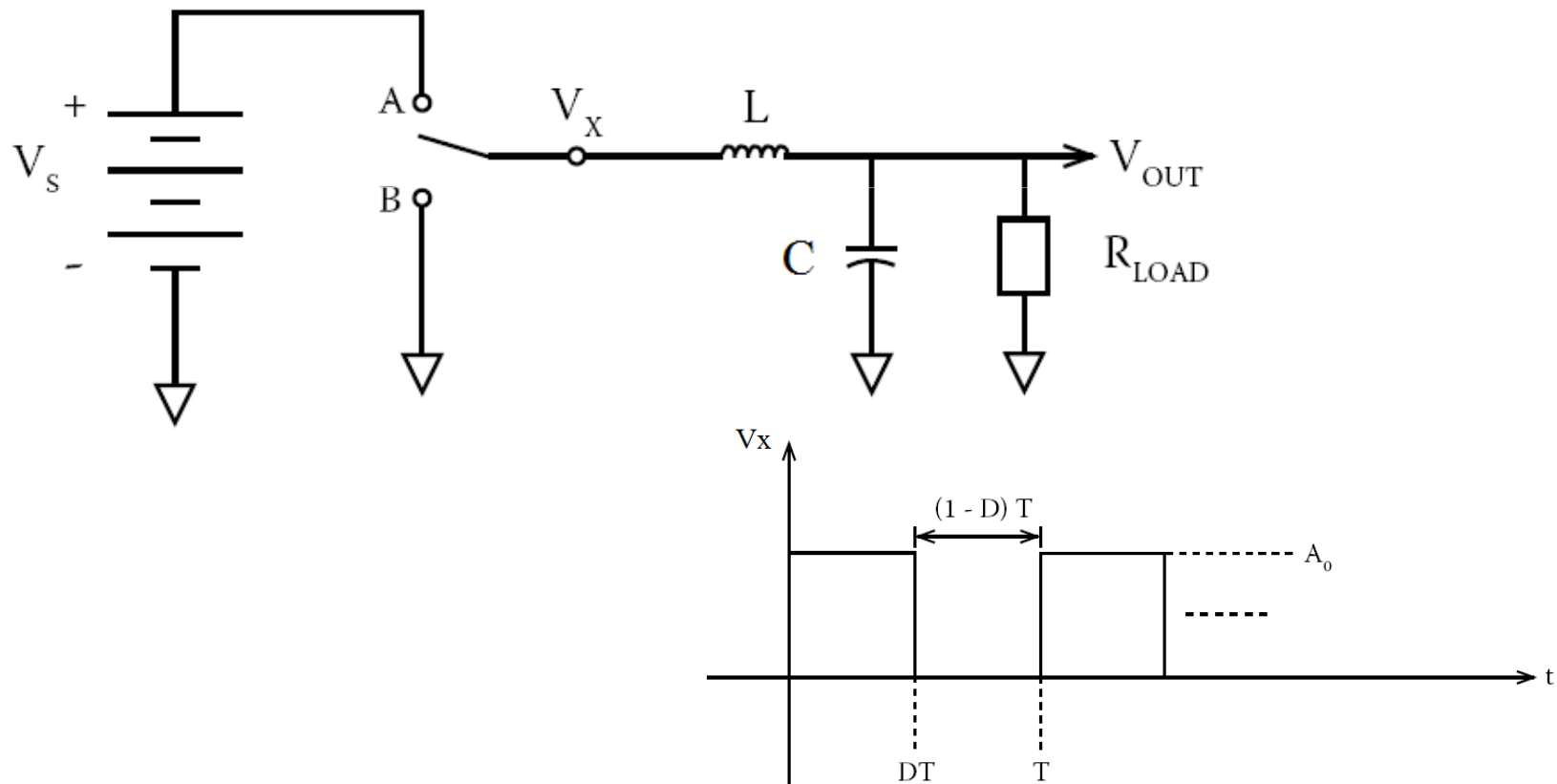
$$P = I \cdot U = 0 \cdot U = 0$$



$$P = I \cdot U = I \cdot 0 = 0$$

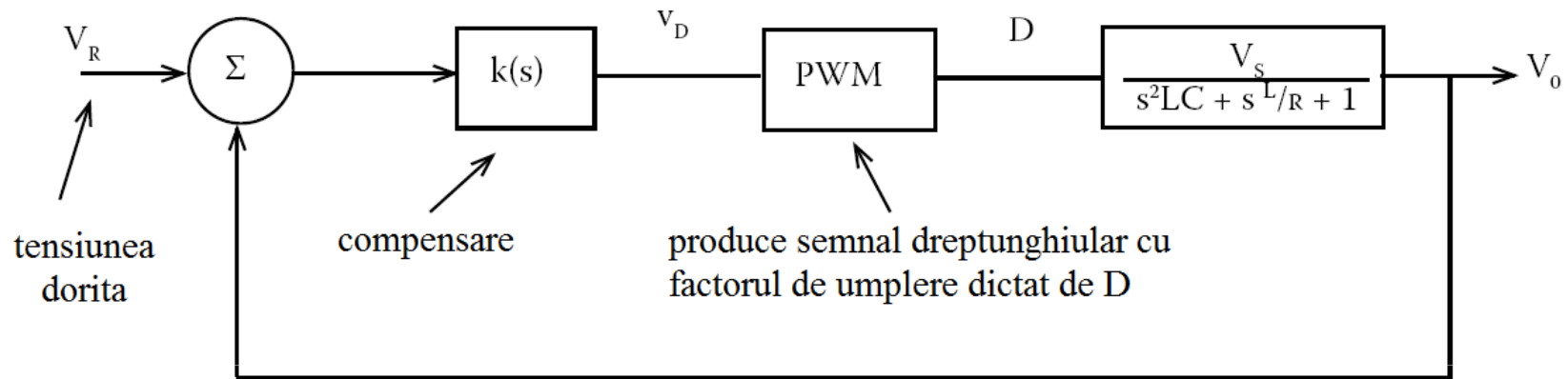
# Solutia 2: Sursa in comutatie

- Folosind condensatoare, bobine si comutatoare se poate face eficient conversia



$$0 \leq D \leq 1$$

# Funcția de transfer

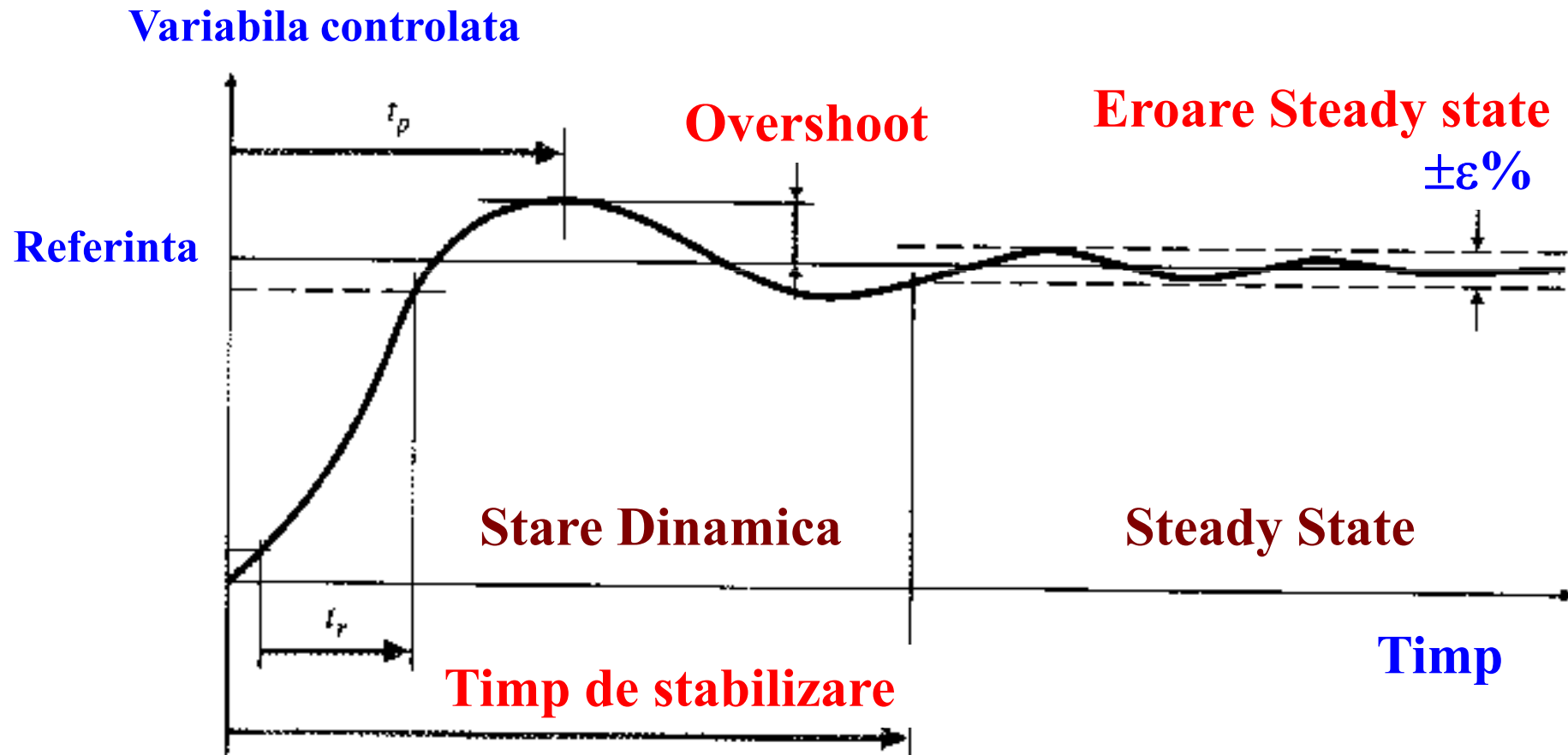


$$V_X = D \cdot V_S$$

$$V_O = \frac{1}{s^2LC + s\frac{L}{R} + 1} V_X$$

$$V_O = \frac{D}{s^2LC + s\frac{L}{R} + 1} V_S$$

# Indicatori de Performanta



# Proprietatile Controllerelor

- Stabilitate
- Iesirea "urmareste" intrarea pentru orice tip de semnal de intrare
- In controlul proportional, stabilitatea este estimata prin stabilirea daca polii functiei de transfer au modulul mai mic decat 1

# Proprietatile Controllerelor

- Acuratete
- Acurateea este data de marimea erorii de steady-state.
- In controlul proportional, acuratetea este calculata in raport cu castigul functiei de tranfer pentru o valoare de referinta a intrarii. Eroarea este zero daca si numai daca acest castig este 1.

# Proprietatile Controllerelor

- Depasirea superioara (Overshoot)
- Este o proprietate a raspunsului la o excitatie de tip treapta a intrarii.
- Depasirea superioara este caracteristica pentru un comportament oscilant al sistemului. O valoare mare pentru overshoot va fi urmata de obicei de o depasire inferioara (undershoot).

# Tipuri de control

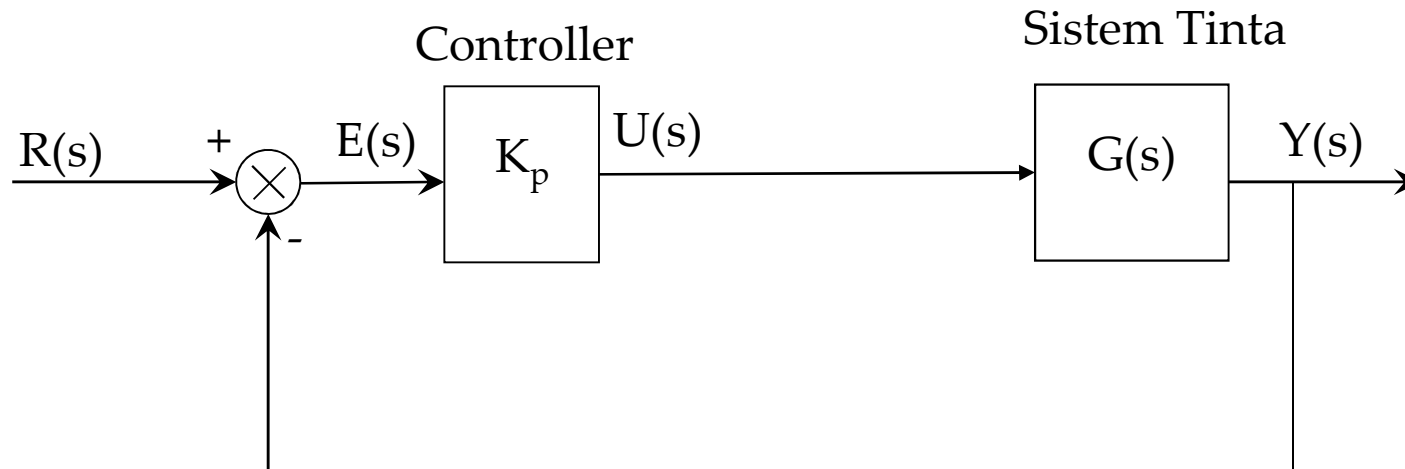
- Control Proportional (P)
- Control Proportional Integral (PI)
- Control Proportional Diferential (PD)
- Control PID



# Control Proportional

- Una dintre cele mai des intalnite bucle de control
- Iesirea controllerului este direct proportionala cu eroarea
- Produce rezultate bune pentru majoritatea aplicatiilor unde parametrii de functionare nu sunt critici (overshoot, stabilitate, eroare steady-state)

# Control Proportional

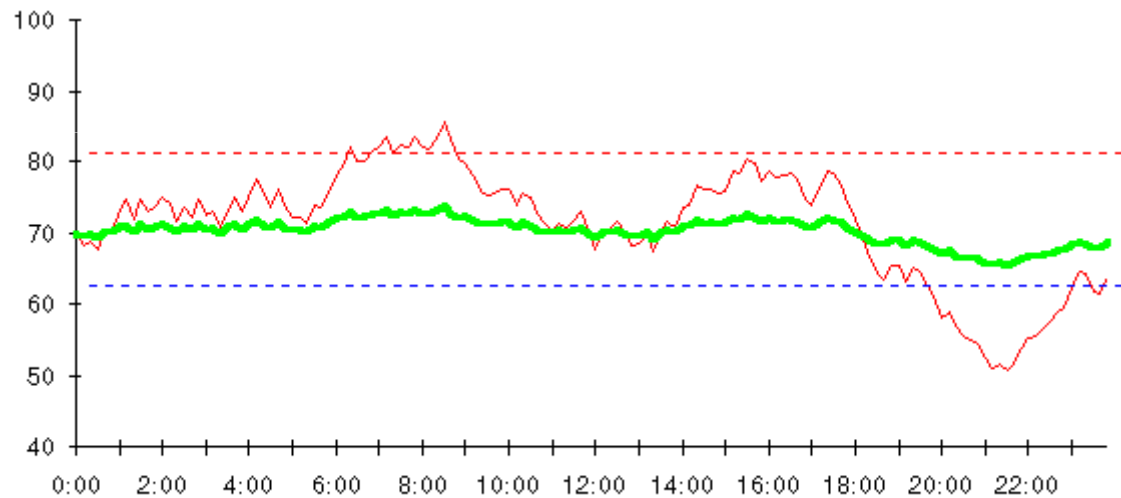
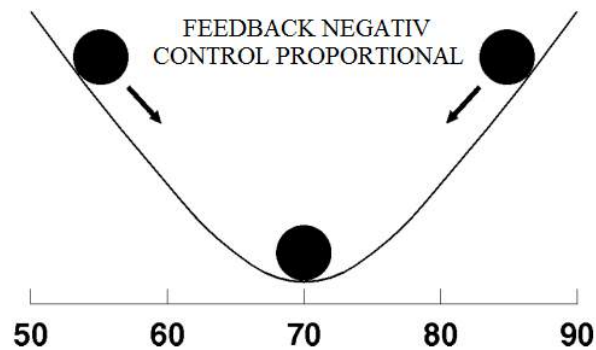
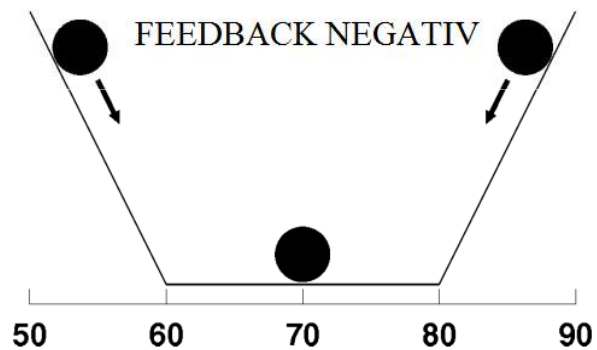


$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad U(s) = K_p E(s) \quad Y(s) = G(s)U(s)$$

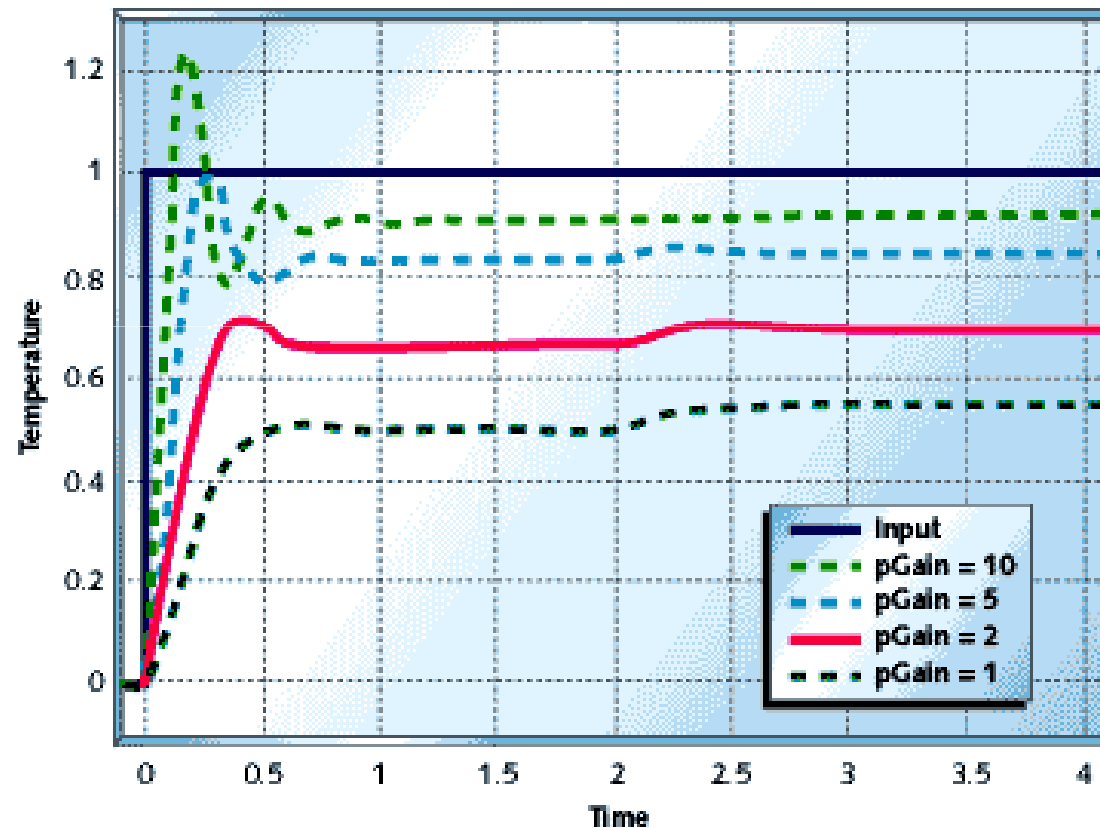
$$H(s) = \frac{K_p \cdot G(s)}{1 + K_p \cdot G(s)}$$

# Exemplu

- Controlul temperaturii unei incinte
  - Termostat cu 2 praguri: 80 si 60 grade C (bang-bang)
  - Control proportional



# Raspunsul la semnal de tip treapta



# Caracterizarea Controlului P

- Ecuatia caracteristica a sistemului:

$$1 + K_p \cdot G(s) = 0$$

- Cand  $K_p \rightarrow 0$ , solutiile urmatoarei ecuatiei sunt polii lui  $G(s)$ :

$$\frac{1}{G(s)} + K_p = 0$$

- Cand  $K_p \rightarrow \infty$ , solutiile urmatoarei ecuatiei sunt zerourile lui  $G(s)$ :

$$\frac{1}{K_p} + G(s) = 0$$

# Stabilitate

- Sistemul cu control proportional este stabil daca pentru o anumita valoare a lui  $K_p$ , toti polii sunt in interiorul cercului unitate ( $\text{modul} < 1$ ).
- Orice sistem care are cel putin un zero la infinit va deveni intotdeauna instabil pentru o valoare suficient de mare a lui  $K_p$ .

# Acuratete

$$e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} (r(k) - y(k)) = r_{ss} - y_{ss}$$

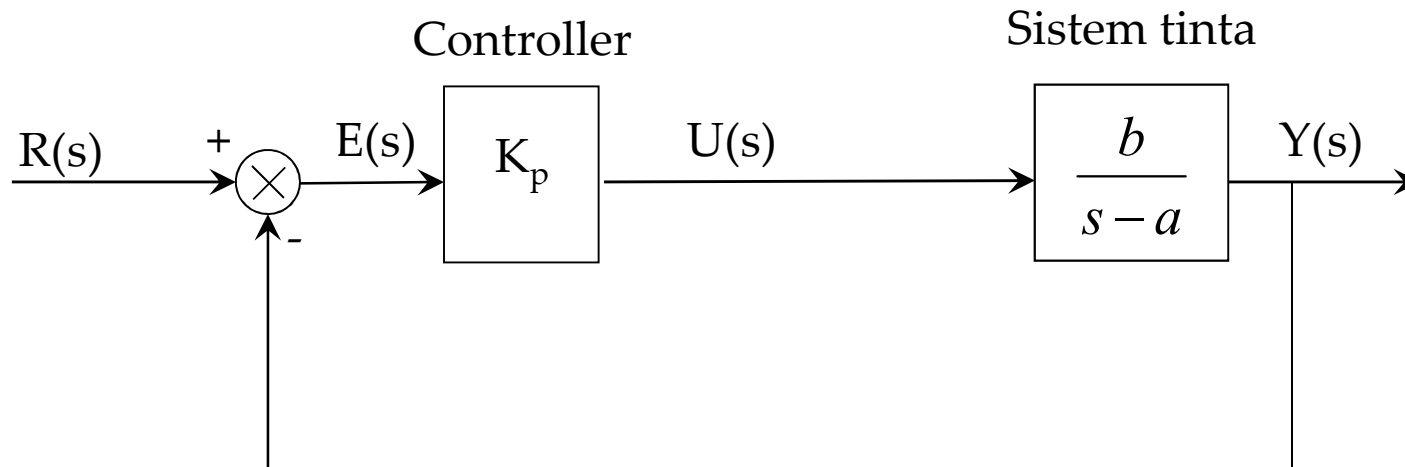
$$K_p = \frac{H(s)}{G(s)(1 - H(s))}$$

$$e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + K_p G(s)}$$

- Eroarea de stare stabila este cu atat mai mica cu cat  $K_p$  este mai mare.

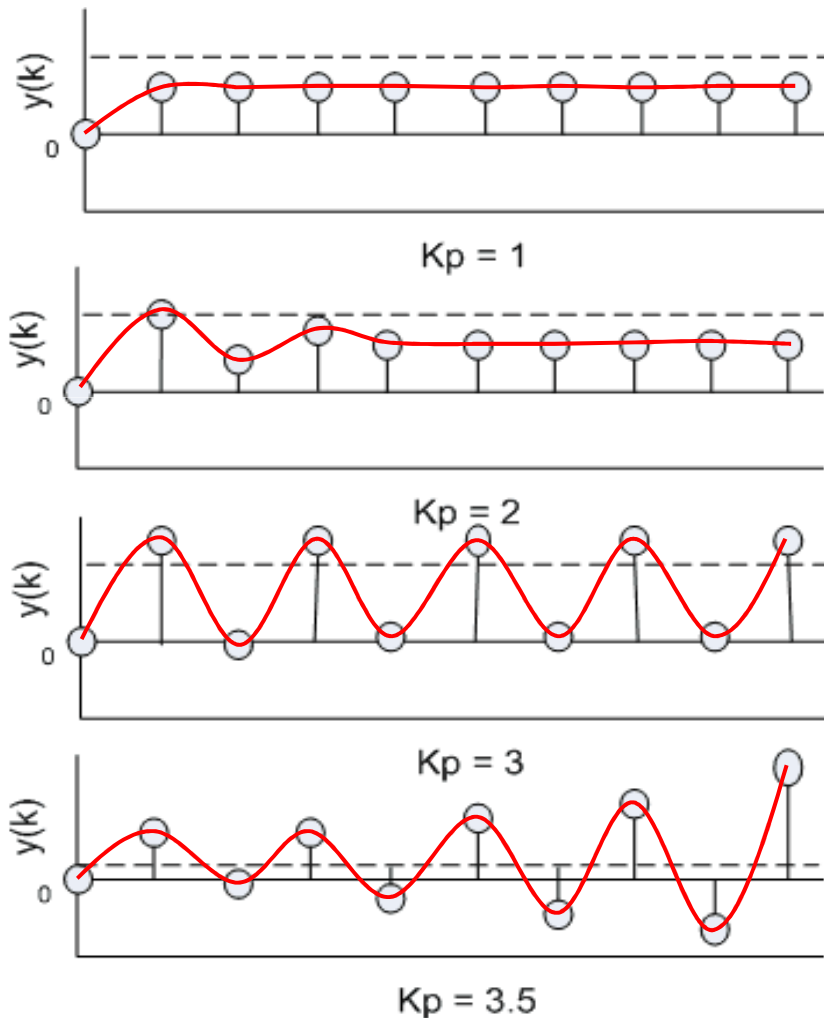
# Estimarea $K_p$

- Ce valoare a lui  $K_p$  aleg pentru ca sistemul meu sa fie cat mai performant?
- Exemplu: controllerul de temperatura





# Efecte pentru diferite valori ale $K_p$



$$G(s) = \frac{0.43}{s - 0.47}$$

- Evolutia sistemului in timp in functie de  $K_p$
- $K_p = 1$ , polul functiei de transfer este aproape 0,  $|e_{ss}|$  este mare.
- $K_p = 2$ , pol in -0.51, overshoot si oscilatie.
- $K_p = 3$ , pol la -1, oscilatie.
- $K_p = 3.5$ , pol la -1.25, sistemul este instabil.

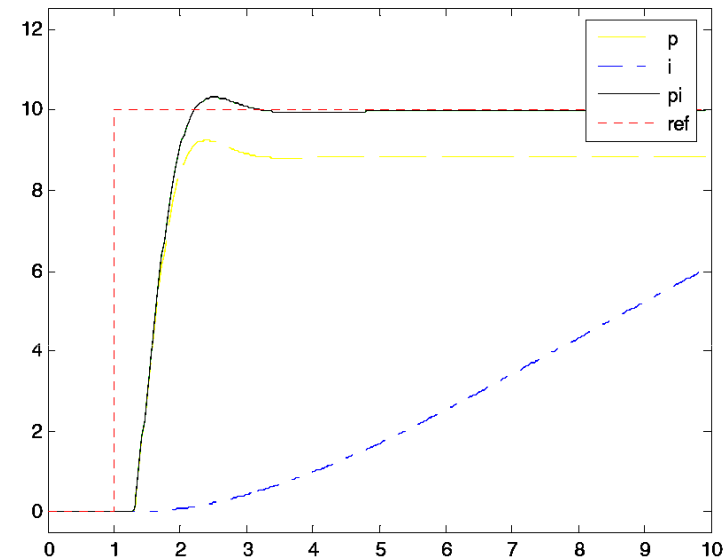
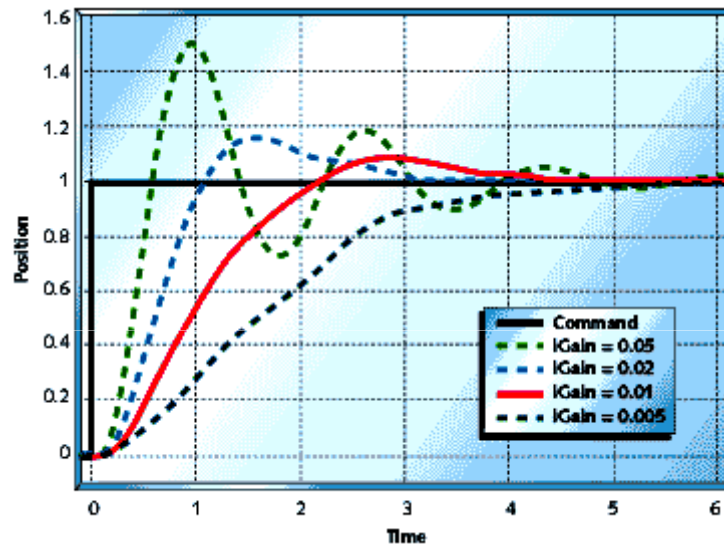
# Concluzii Control P

- + Este foarte usor de implementat
- + Stabilitate buna daca alegem  $K_p$  potrivit
- Timp destul de indelungat pentru stabilizare
- Poate intra foarte usor in oscilatie
- Pentru valori din ce in ce mai mari ale  $K_p$  sistemul devine instabil
- In general, una sau mai multe cerinte (eroare de stare stabila, depasire, oscilatie) sunt imposibil de satisfacut pentru orice valoare a  $K_p$

# Control Integral

- Folosit pentru a adauga precizie pe termen lung sistemului
- Aproape intotdeauna este folosit in conjunctie cu controlul proportional (PI)
- Controllerul insumeaza erorile trecute pana cand iesirea ajunge la valoarea de referinta

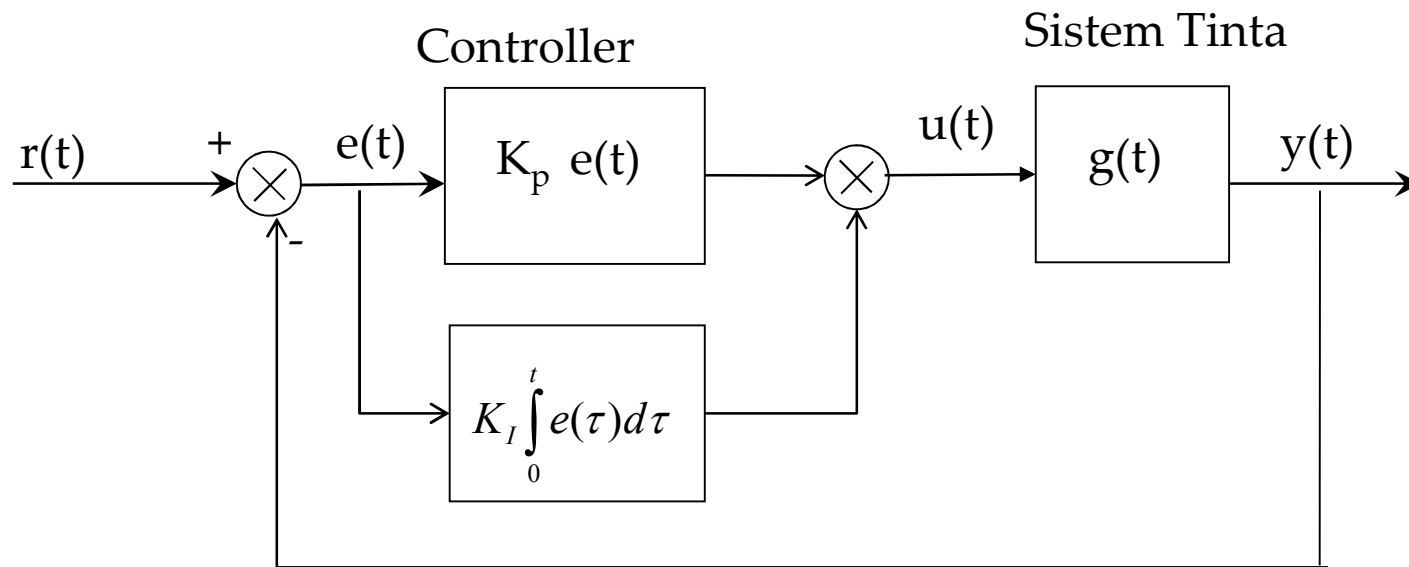
# Control integral pur



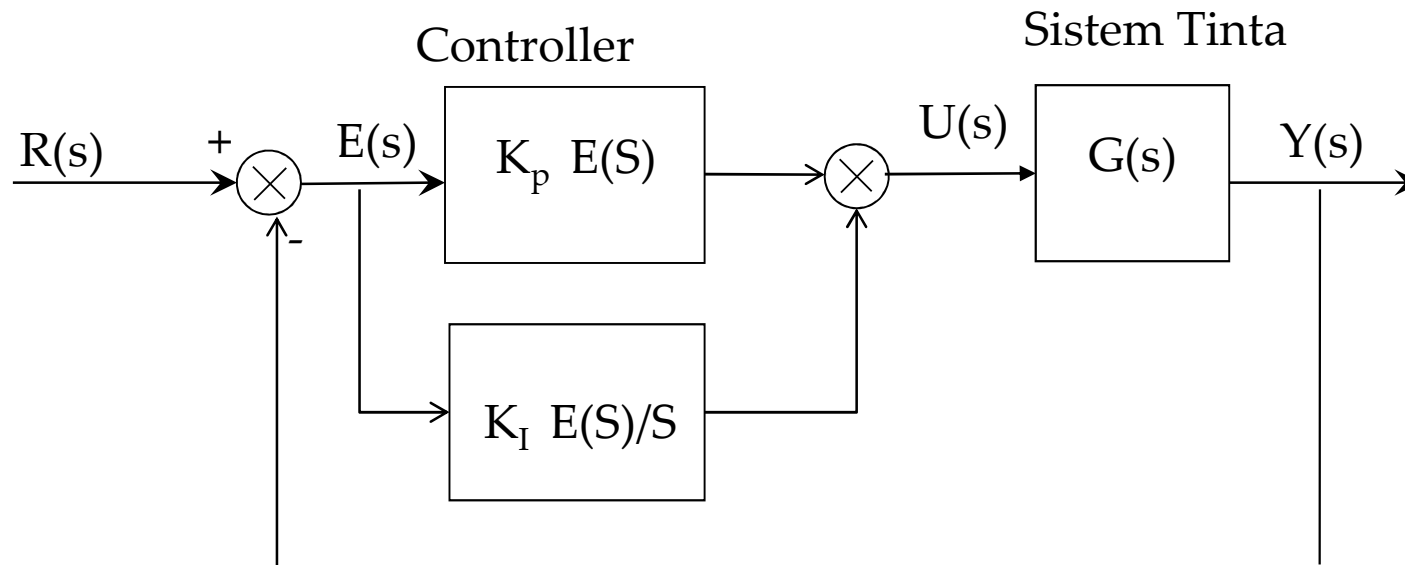
- Raspunsul controlului I este lent si uneori poate produce oscilatia sistemului. De cele mai multe ori este preferat controlul PI.

# Control Proportional-Integral

- Iesirea controllerului este direct proportionala cu integrala tuturor erorilor trecute.



# Funcția de transfer PI

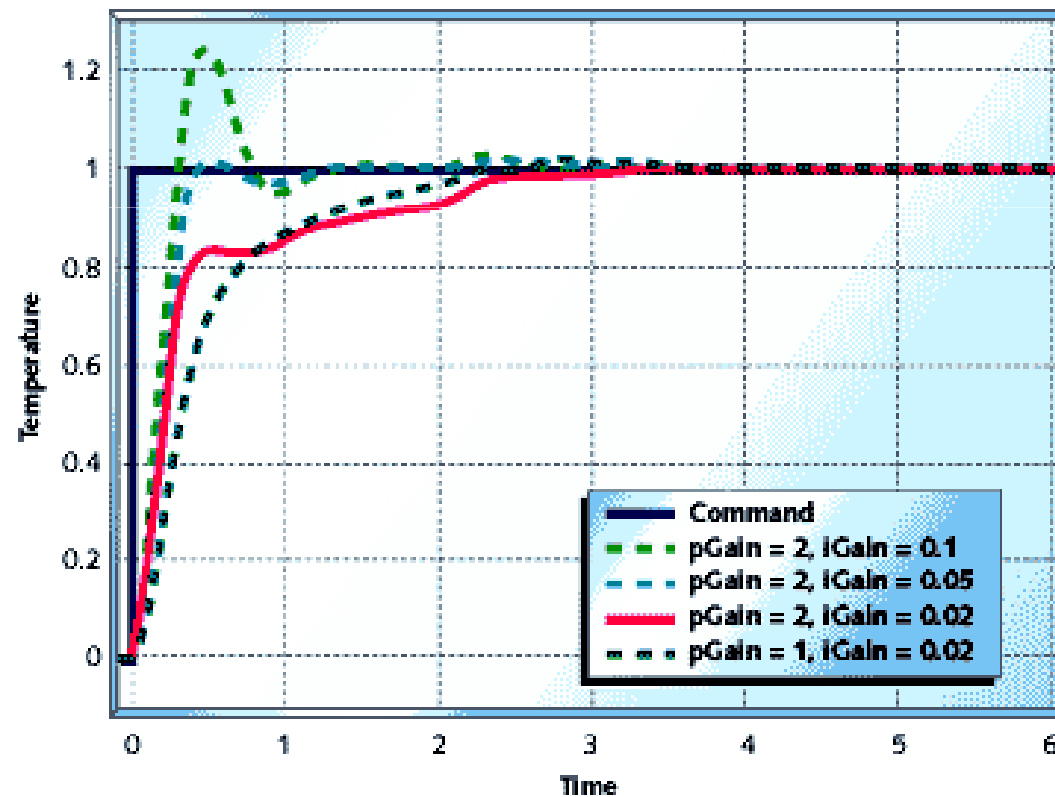


$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad U(s) = K_p E(s) + K_I \frac{E(s)}{s} \quad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{(K_p + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}{1 + (K_p + \frac{K_I}{s}) \cdot G(s)}$$

# Exemplu

- Pentru controllerul de temperatura:



# Acuratete

Ecuatia caracteristica:  $1 + \left( K_P + \frac{K_I}{s} \right) \cdot G(s) = 0$

$$e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \left( K_P + \frac{K_I}{s} \right) G(s)}$$

- Eroarea steady-state este zero cat timp sistemul este stabil.



# Implementare Control PI

```
double iTerm;  
// calculeaza termenii PI  
// intre doua limite  
pid->iState += error;  
if (pid->iState > pid->iMax)  
    pid->iState = pid->iMax;  
else if (pid->iState < pid->iMin)  
    pid->iState = pid->iMin;  
iTerm = pid->iGain * iState; // calculeaza factorul integral
```

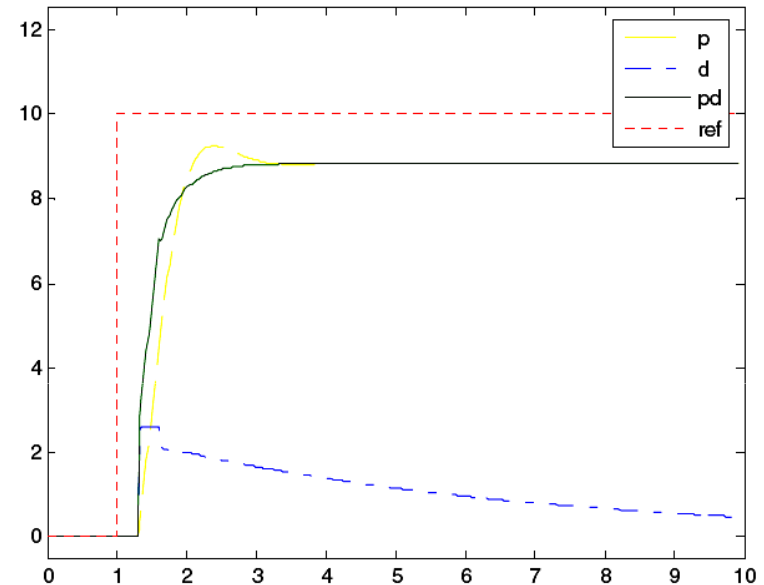
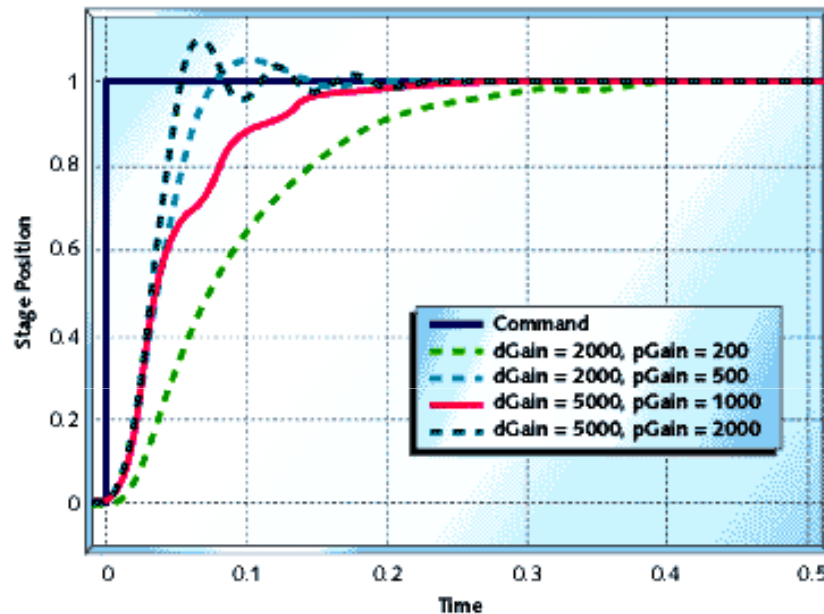
# Concluzii PI

- Controlul Integral pur are un timp de raspuns lent si poate produce oscilatia sistemului
- Controlul PI are un timp de raspuns mai mic decat I pur.
- Cand e stabil, PI ajunge intotdeauna la valoarea de referinta ( $e_{ss} = 0$ )

# Control Diferential

- Controlul P trateaza comportamentul prezent al sistemului
  - Controlul I trateaza comportamentul trecut al sistemului
  - Daca nu stim cum o sa se comporte sistemul, nu avem cum sa-l stabilizam.
- Anticiparea comportamentului -> stabilitate marita
- Controlul D monitorizeaza viteza de schimbare a erorii sistemului

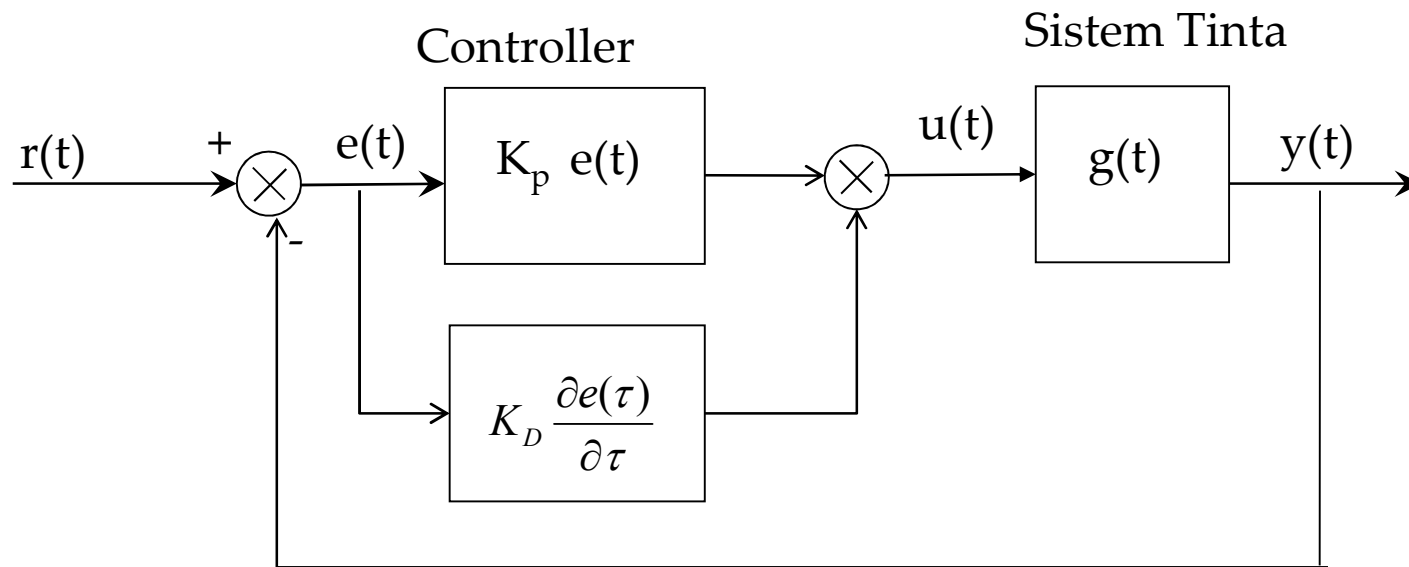
# Control PD



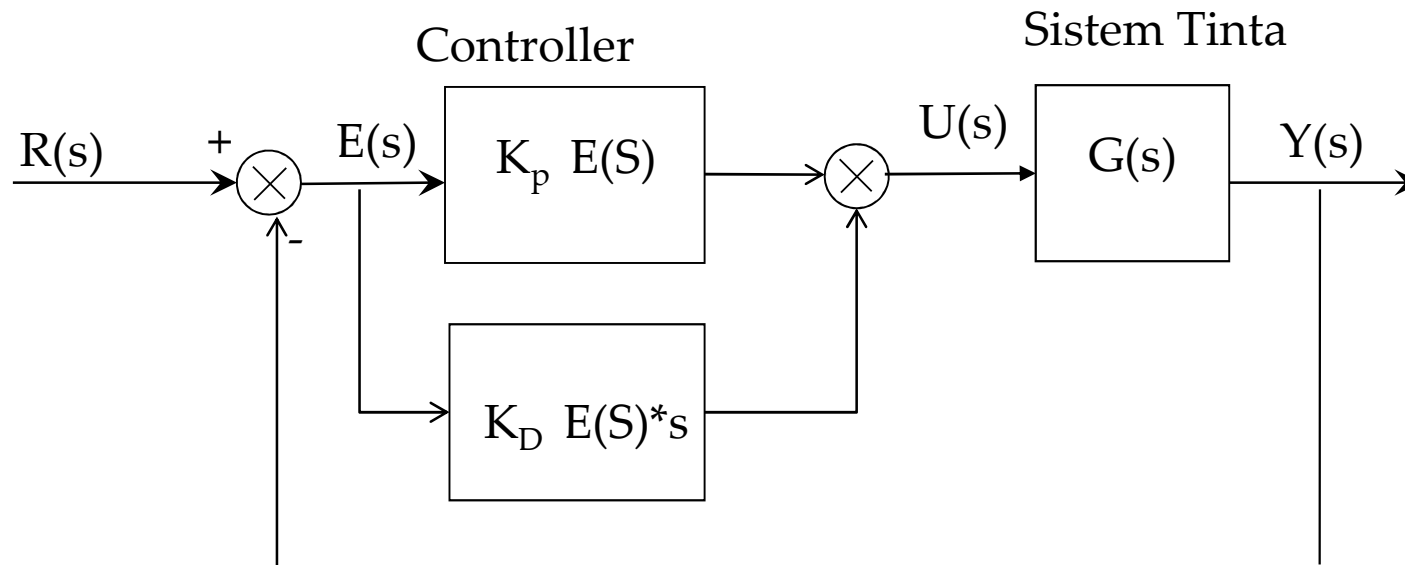
- Controlul diferential este cel mai puternic dar si cel mai problematic. Sistemul devine instabil la zgomot si la neregularitati de esantionare.

# Control Proportional-Diferential

- Iesirea controllerului este direct proportionala cu rata de crestere a erorii.



# Funcția de transfer PD



$$E(s) = R(s) - Y(s) \quad U(s) = K_p \cdot E(s) + K_D \cdot sE(s) \quad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$H(s) = \frac{(K_p + sK_D) \cdot G(s)}{1 + (K_p + sK_D) \cdot G(s)}$$

# Acuratete

Ecuatia caracteristica:  $1 + (K_P + sK_D) \cdot G(s) = 0$

$$e_{ss} = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + (K_P + sK_D)G(s)}$$

- Pentru  $e_{ss}$ , PD se aseamana cu controlul P. Sistemul poate avea probleme in atingerea valorii de referinta.

# Implementare Control PD

```
double dTerm;
```

```
dTerm = pid->dGain * (position - pid->dState);
```

```
pid->dState = position;
```



# Concluzii PD

- Controlul PD are un timp de raspuns foarte mic
- Anticipeaza comportamentul viitor al sistemului folosindu-se de variatia erorii masurate
- Este foarte util intr-un sistem de control fin al miscarii/pozitiei datorita vitezei crescute de raspuns
- Sensibilitate crescuta la zgomote si perturbatii datorata factorului de amplificare mare.
- Controlul PD pot fi folosit pentru misccorarea depasirii superioare (overshoot) in locul sistemelor cu control P.